

Le cadre théorique de l'ETM étendu : analyse d'une séquence utilisant la relativité restreinte

Laurent Moutet

Université Paris Diderot, Bâtiment Condorcet, UFR de Physique, LDAR, Case Courrier 7086, 75205 Paris Cedex 13, France ; laurent.moutet@ac-amiens.fr

Résumé

Il s'agit de montrer comment le cadre théorique de l'ETM étendu est utilisé pour analyser les tâches mises en œuvre lors du processus de modélisation. Le cadre de l'ETM étendu permet de montrer, au travers de l'exemple d'une séquence d'enseignement de relativité restreinte en terminale S en France (grade 12), quelles sont les interactions entre le plan cognitif et les plans épistémologiques de la physique ou des mathématiques. Les genèses, l'association de genèses et l'interaction entre les différents plans peuvent être explicitées pour certaines étapes du cycle de modélisation.

Mots-clés

Mathématiques, physique, ETM étendu, relativité restreinte, modélisation.

The theoretical frame of extended MWS: analysis of a sequence using special relativity

Abstract

We want to show how the theoretical frame of the extended MWS allows to analyse the tasks operated during the process of modelling. The frame of the extended MWS allows to show, through the example of a special relativity teaching sequence in a grade 12 class in France, which are the interactions between the cognitive plane and the epistemological planes of the physics or the mathematics. The geneses, the association of geneses and the interaction between different plans can be clarified for certain stages of the cycle of modelling.

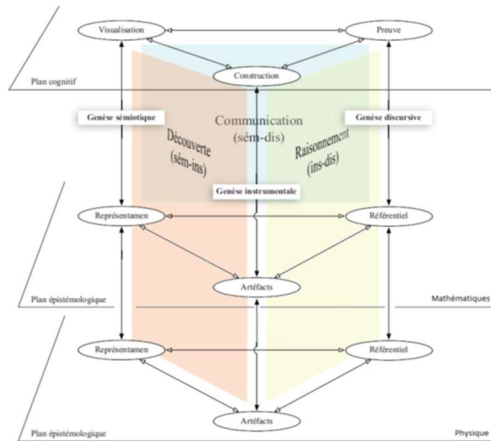
Key-words

Mathematics, physics, extended MWS, special relativity, modelling

PRESENTATION DU CADRE THEORIQUE DE L'ETM ETENDU

L'espace de travail mathématique (ETM) a été développé afin de mieux comprendre les enjeux didactiques autour du travail mathématique dans un cadre scolaire (Kuzniak et al., 2016). L'ETM comporte deux niveaux : un de nature cognitive en relation avec l'apprenant et un autre de nature épistémologique en rapport avec les contenus mathématiques étudiés. Le plan épistémologique contient un ensemble de représentations (signes utilisés), un ensemble d'artefacts (instruments de dessins ou logiciels) et un ensemble théorique de référence (définitions et propriétés). Le plan cognitif contient un processus de visualisation (représentation de l'espace dans le cas de la géométrie), un processus de construction (fonction des outils utilisés) et un processus discursif (argumentations et preuves). Le travail mathématique résulte d'une articulation entre les plans cognitifs et épistémologiques grâce à une genèse instrumentale (opérationnalisation des artefacts), une genèse sémiotique (basée sur le registre des représentations sémiotiques) et une genèse discursive (présentation du raisonnement mathématique). Les différentes phases du travail mathématique associées à une tâche peuvent être mises en évidence par la représentation de trois plans verticaux sur le diagramme de l'ETM. Les interactions de type sémiotique-instrumentale (sem-ins) conduisent à une démarche de découverte et d'exploration d'un problème scolaire donné. Celles de type instrumentale-discursive (ins-dis) privilégient le raisonnement mathématique en relation avec les preuves expérimentales. Enfin, celles de type sémiotique-discursive (sem-dis) sont caractéristiques de la communication de résultats de type mathématique ainsi que d'un raisonnement plus élaboré. Le diagramme des ETM a été adapté (Moutet, 2016) en rajoutant un plan épistémologique correspondant au cadre de rationalité de la physique (**figure 1**). Il a été choisi de ne garder qu'un seul plan cognitif car les spécificités du plan cognitif des deux disciplines en jeu (physique et mathématiques) n'ont pas été particulièrement étudiées dans le cadre de l'étude exposée dans cet article. Les représentations des élèves ou les schèmes activés peuvent toutefois être prises en compte à l'aide de la notion d'ETM personnel de l'élève qui correspond à ce que font véritablement les élèves lorsqu'ils sont confrontés à un problème scolaire. Le cadre de l'ETM étendu permet d'analyser finement les interactions entre les différents cadres de rationalité et le plan cognitif de l'élève puis de qualifier la nature du travail effectué ou celui qui lui est demandé dans le contexte bien particulier d'une approche diagrammatique de la relativité restreinte.

Figure 1. Modèle de l'ETM étendu

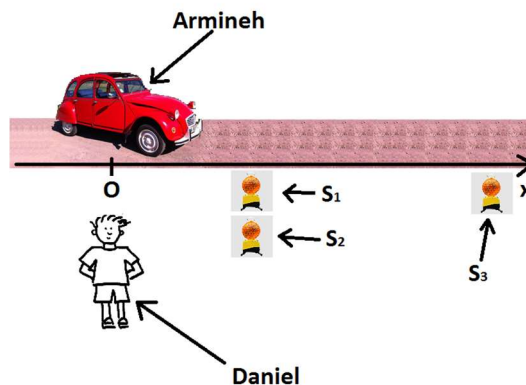


DU « MODELE REEL » AUX « RESULTATS REELS »

Nous nous sommes basés sur le cycle de modélisation de Blum & Leiss (2005) pour positionner une séquence d’enseignement (Moutet, 2016) portant sur le changement d’ordre chronologique d’événements en fonction du référentiel dans le cadre de la relativité restreinte (de Hosson, 2010). Nous avons effectué une étude préliminaire d’une séquence en étudiant le passage du « modèle réel » vers les « résultats réels ».

La séquence est destinée à des élèves de terminale S (grade 12). Elle suit l’apprentissage du cours et la correction d’exercices du manuel. Elle participe à la conceptualisation des notions de relativité restreinte en permettant de les réinvestir dans un contexte différent et inconnu (Vergnaud, 1990).

Figure 2. Le « modèle réel » de la situation



Deux référentiels liés à deux observateurs, Armineh et Daniel, sont utilisés. Armineh conduit une voiture se déplaçant à une vitesse proche de la vitesse de la lumière par rapport à Daniel. Ce dernier se trouve sur le bord de la route à côté de trois flashes lumineux S_1 , S_2 et S_3 associés à trois événements particuliers E_1 , E_2 et E_3 initialement connus dans le référentiel de Daniel (**figure 2**). Il s'agit ici du « modèle réel » puisqu'on retrouve des éléments de simplification et de pré-mathématisation de la situation (axe Ox , route rectiligne, représentation sur un schéma des deux observateurs et des sources lumineuses S_1 , S_2 et S_3). Il est demandé aux élèves de construire le diagramme de Minkowski de la situation à l'aide du logiciel GeoGebra et de faire varier la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel pour en déduire des résultats remarquables.

Le diagramme d'espace-temps de Minkowski, associé au « modèle mathématique », a déjà été construit par les élèves et utilisé en classe à l'aide d'une activité papier-crayon relativement guidée par l'enseignant. Le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra conduit, au travers d'une activité dans laquelle les élèves sont en autonomie, à réinvestir le diagramme d'espace-temps de Minkowski. L'utilisation de GeoGebra permet d'activer une autre genèse instrumentale, ce qui conduit à une analyse *a priori* différente de l'activité papier-crayon à l'aide du modèle de l'ETM étendu. Le diagramme de Minkowski permet de représenter le repère $(xOct)$ relatif au référentiel de Daniel et le repère $(x'Oc.t')$ relatif au référentiel d'Armineh. Cette dernière se déplace initialement à la vitesse v de 0,6 fois la vitesse de la lumière dans le vide (on considère que la vitesse de la lumière dans le vide est à peu près égale à celle dans l'air) par rapport à Daniel suivant un axe (Ox) . Les droites (Ox) ou (Ox') correspondent à la route dans les référentiels de Daniel ou d'Armineh (**figure 3**).

Le curseur de GeoGebra permet de modifier les conditions expérimentales en changeant la vitesse v , ce qui conduit une genèse sémiotique différente par rapport à l'activité préliminaire papier-crayon. Le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif sont mobilisés lors de la construction du curseur. Les axes Ox' et $Oc.t'$ sont modifiés avec la vitesse v , ils se rapprochent de la droite $x' = ct'$ lorsque la vitesse v se rapproche de c . Le plan épistémologique de la physique est également mobilisé avec le plan cognitif lorsque les élèves concluent sur l'ordre chronologique relatif des événements E_1 , E_2 et E_3 suivant les deux référentiels (**figure 4** et **figure 5**). L'utilisation du logiciel GeoGebra favorise également une genèse discursive car elle permet ensuite aux élèves de faire des prévisions sur l'ordre chronologique des événements sans avoir à manipuler directement le modèle mathématique.

Le modèle de l'ETM étendu est utilisé pour l'analyse *a priori* des différentes tâches à effectuer par les élèves et il nous a conduit également à tester avec succès l'analyse *a posteriori* du travail effectué par quatre élèves.

Figure 3. Le « modèle mathématique » : diagramme de Minkowski pour $v = 0,6c$

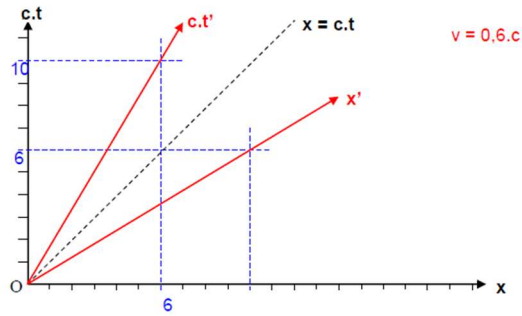


Figure 4. Analyse *a priori* de la tâche associée à l'utilisation du curseur avec GeoGebra

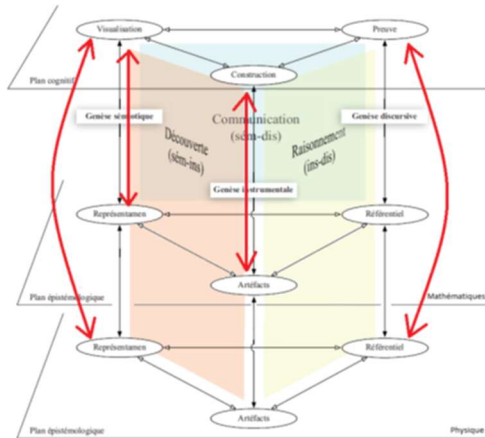
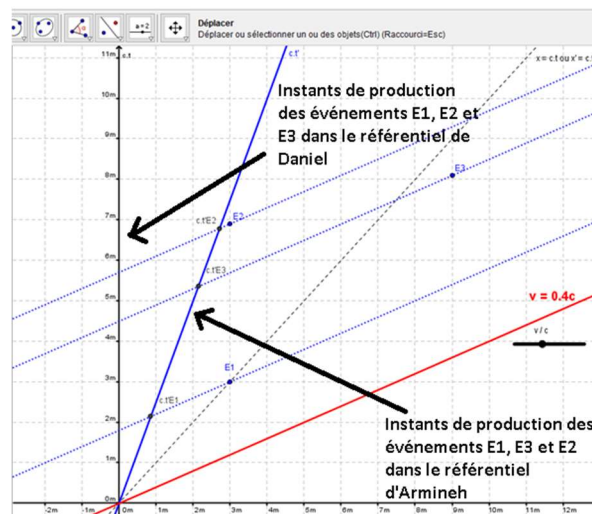


Figure 5. Les « résultats mathématiques » : diagramme de Minkowski avec GeoGebra



CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le cadre de l'ETM étendu nous a servi à analyser les tâches associées à certaines étapes du cycle de modélisation du « modèle réel » aux « résultats réels ». Le cadre de l'ETM étendu permet de prendre en compte la mobilisation des plans épistémologiques des mathématiques et / ou de la physique pour chacune des tâches demandées aux élèves. L'utilisation du logiciel GeoGebra amène à développer des genèses spécifiques par rapport à une activité papier - crayon. Nous envisageons, par la suite, d'analyser grâce au modèle de l'ETM étendu ou à une de ses évolutions, dans certains contextes particuliers, les tâches mises en œuvre à chacune des étapes du cycle global de modélisation de la « situation réelle » aux « résultats réels ». Des résultats préliminaires tendent à montrer que les genèses ainsi que les plans épistémologiques des mathématiques et de la physique ne sont pas mobilisés de la même façon en fonction de l'étape du cycle de modélisation, ce qui va dans le sens des travaux de Borromeo Ferri (2006).

REMERCIEMENTS

Je remercie Alain Kuzniak et Cécile de Hosson leur encadrement lors de ce travail de thèse ainsi que tous les membres du groupe de travail ETM du LDAR.

BIBLIOGRAPHIE

- Blum, W., Leiss, D. (2005). « Filling up » - the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modeling tasks. In M. Bosch (Ed.) *Proceedings for the CERME 4*, Spain. 1623-1633.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM mathematics Education*, 38, 86-95.
- de Hosson, C., Kermen, I., Parizot, E. (2010). Exploring students' understanding of reference frames and time in Galilean and special relativity. *Eur. J. Phy.*, 31, 1527-1538.
- Kuzniak, A., Tanguay, D., Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM mathematics Education*, 48, 721-737.
- Moutet, L. (2016). *Diagrammes et théorie de la relativité restreinte : une ingénierie didactique*, Thèse de doctorat de l'université Paris Diderot, France.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10.2, 133-170.